

PROJET DE RECHERCHE DOCTORALE

*Analyse Mathématique des Systèmes de Chimiotaxie-Fluide :
Existence Globale, Bornes de Solvabilité et Estimations A Priori*

Candidat :	Moustafa DERIDI
Spécialisation :	Équations aux Dérivées Partielles (EDP) & Analyse Fonctionnelle
Diplôme Actuel :	Master 2 en Mathématiques (Équations aux Dérivées Partielles et Analyse Numérique)
Cadre d'Application :	Demande de Bourse Doctorale pour Nouakchott (Cycle 2026-2027)

1. Introduction et Contexte Scientifique

Le présent projet de recherche s'inscrit rigoureusement dans le domaine de l'analyse mathématique des Équations aux Dérivées Partielles (EDP) non linéaires et de l'Analyse Fonctionnelle topologique. Plus précisément, nos travaux se concentrent sur l'étude qualitative des modèles de Keller-Segel couplés aux équations de la mécanique des fluides (telles que les équations de Navier-Stokes ou de Stokes), décrivant le mouvement collectif de populations cellulaires sous l'influence d'un signal chimique au sein d'un environnement fluide.

Ces systèmes modélisent des phénomènes biologiques cruciaux complexes et se caractérisent analytiquement par une forte interaction entre le terme d'advection chimiotactique et les forces de diffusion. L'enjeu mathématique majeur réside dans la compétition intrinsèque entre l'agrégation cellulaire (pouvant mener à une explosion en temps fini ou *blow-up*) et l'effet régularisant du fluide et des sources logistiques d'amortissement.

2. Objectifs Scientifiques du Projet

L'objectif central de cette recherche doctorale est de repousser les frontières de solvabilité globale des systèmes de chimiotaxie-fluide dans des domaines généraux et pour des dimensions d'espace supérieures ($n \geq 2$). Le projet s'articule autour de trois axes fondamentaux :

- Caractérisation du bien-posé local (Local Well-posedness) :** Démontrer l'existence locale et l'unicité des solutions classiques en exploitant la théorie des semi-groupes analytiques (Neumann heat semigroup) et les théorèmes de point fixe dans des espaces de Banach fonctionnels adaptés.

- **Dérivation d'estimations a priori et bornage (A Priori Estimates & Boundedness)** : Développer de nouvelles fonctionnelles d'énergie adaptées aux couplages non linéaires pour borner uniformément en temps les normes des solutions, évitant ainsi les singularités spontanées.
- **Analyse de l'impact des sources logistiques** : Quantifier rigoureusement le seuil critique du coefficient d'amortissement logistique (noté μ) nécessaire pour garantir la régularité globale et inhiber l'explosion de la densité cellulaire, généralisant ainsi les travaux fondamentaux de Winkler.

3. Cadre Méthodologique et Outils de l'Analyse Fonctionnelle

Pour mener à bien ce projet, nous mobiliserons des techniques avancées d'analyse fonctionnelle et de la théorie des opérateurs linéaires et non linéaires :

1. **Espaces Fonctionnels et Plongements** : Utilisation systématique des espaces de Sobolev $W^{1,p}(\Omega)$, des espaces de Lebesgue $L^p(\Omega)$, et des théorèmes d'injection de Sobolev pour contrôler les termes de convection hautement non linéaires.
2. **Estimations de Semi-groupes** : Application des estimations L^p-L^q régularisantes associées au semi-groupe de la chaleur avec conditions aux limites de Neumann, formulées sous la forme abstraite :

$$\|e^{t\Delta} \nabla \cdot f\|_{L^p(\Omega)} \leq C t^{-1/2 - n/2(1/q - 1/p)} \|f\|_{L^q(\Omega)}$$

3. **Inégalités d'Interpolation** : Emploi des inégalités de Gagliardo-Nirenberg et de Poincaré pour lier les estimations d'énergie locales aux bornes uniformes globales nécessaires au prolongement du temps maximal d'existence $T_{max} = \infty$.

4. Motivations pour la Bourse de Nouakchott

L'obtention de la bourse de recherche pour Nouakchott constitue une opportunité d'excellence pour consolider mon parcours académique initié en Master 2. Ce cadre de recherche me permettra d'intégrer une équipe dynamique, de collaborer avec des chercheurs chevronnés en analyse appliquée et de contribuer au développement de la recherche mathématique régionale. Ma solide formation en EDP, combinée à ma rigueur conceptuelle, me permettra d'atteindre avec succès les objectifs scientifiques ambitieux énoncés dans ce projet.

Fait à El Eulma, le 30 Mai 2026

Moustafa DERIDI